

М  
К 682

Московское ордена Трудового Красного Знамени Высшее Техническое Училище  
им. Баумана

349 48

Экземпляр № \_\_\_\_\_

С. П. КОРОЛЕВ

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАКЕТ ДАЛЬНОГО ДЕЙСТВИЯ

Лекция 1-я

ПРОСМОТРЕНО  
19 2

Приложение к Вх. № 018/1-2

2707/1800

2302

259  
8/11/53



## Введение

Обычно основной задачей, которая ставится перед проектантом ракеты дальнего действия является переброска требуемого боевого груза на заданное расстояние.

В зависимости от метода конструктивного решения поставленной задачи можно указать три основных класса таких ракетных аппаратов:

1 класс — ракеты так называемой нормальной баллистической схемы (например по типу ракеты 1р.).

2 класс — составные ракеты. В этом случае система состоит из ракеты-несущей и ракеты-несомой, которая отделяется от первой на некоторой высоте. Число ступеней отделения, вообще говоря, может быть сколько угодно велико.

Схемы таких ракет были разработаны К.Э.Циолковским.

3 класс — крылатые ракеты, использующие подъемную силу крыльев для увеличения дальности полета за счет планирования на пассивном участке полета. В некоторых случаях полет с крыльями может происходить и с работающим двигателем.

В дальнейшем изложении, в основном, будут рассматриваться главные вопросы проектирования ракет 1<sup>го</sup> класса нормальной баллистической схемы.

В первую очередь рассмотрим инженерную методику расчета траектории и определения основных летных характеристик ракеты.

Вывод уравнений движения ракеты в самом об-

Зак. 445.





цел. вид, с учетом всех факторов, достаточно сложен.<sup>\*</sup>  
 Практика работы наших конструкторских бюро показала, что принятая упрощенная инженерная методика расчета траектории вполне оправдывает себя с допустимой степенью точности. Произведенные сравнительные расчеты, а также обработка результатов пусков ракет показывает, что сумма неточностей лежит в пределах порядка 2-3%. Необходимо учитывать также, что в процессе проектирования ряд величин и параметров выбирается с возможными отклонениями в значительно более широких пределах, чем приведенные выше цифры.

### 1 Расчет активного участка

Уравнение движения центра тяжести ракеты в декартовых осях, неподвижно связанных с землей, мы пишем при следующих основных допущениях:

1) Предполагается, что ось ракеты совпадает с касательной к траектории центра тяжести, т.е. векторы скорости полета ракеты ( $V$ ) и реактивной силы ( $P$ ) совпадают. Это допущение означает, что мы будем полагать угол атаки ( $\alpha$ ) ракеты равным нулю, а следовательно пренебрегать влиянием на траекторию аэродинамической подъемной силы.

Сравнение приближенных расчетов при указанном допущении с расчетами по точной методике, а также с результатами экспериментов показывает, что ошибка в значении скорости, полученной при приближенном расчете не выше 1-1,5%. Ошибка в величине координат, хотя и несколько больше (вследствие изменения формы траектории), однако, ею также вполне можно пренебречь при практическом проектировании.

\* См. например, работу С.С. Лаврова "Общие уравнения движения ракеты дальнего действия".

НИИ 63 1948 г

Зак 445.

2) Далее, коэффициент силы любого сопротивления ракеты ( $C_{со}$ ) принимается постоянным, независящим от угла атаки.

3) Пренебрегаем изменением силы сопротивления газовых рулей, при их отклонении. Ошибки, получающиеся из-за указанного допущения невелики и при подсчете скорости не превосходят ~ 1%.

Следует отметить, что абсолютное значение сопротивления рулей необходимо брать с учетом обгорания их.

Для ракеты Р потери тяги в этом случае составляют порядка - 1,4-1,8 тонны.

4) Пренебрегаем влиянием вращения земли, что вызывает ошибки, меньшие 1%, для рассматриваемой нами ракеты.

5) Полагаем секундный расход топлива неизменным в течение всего времени работы двигателя.

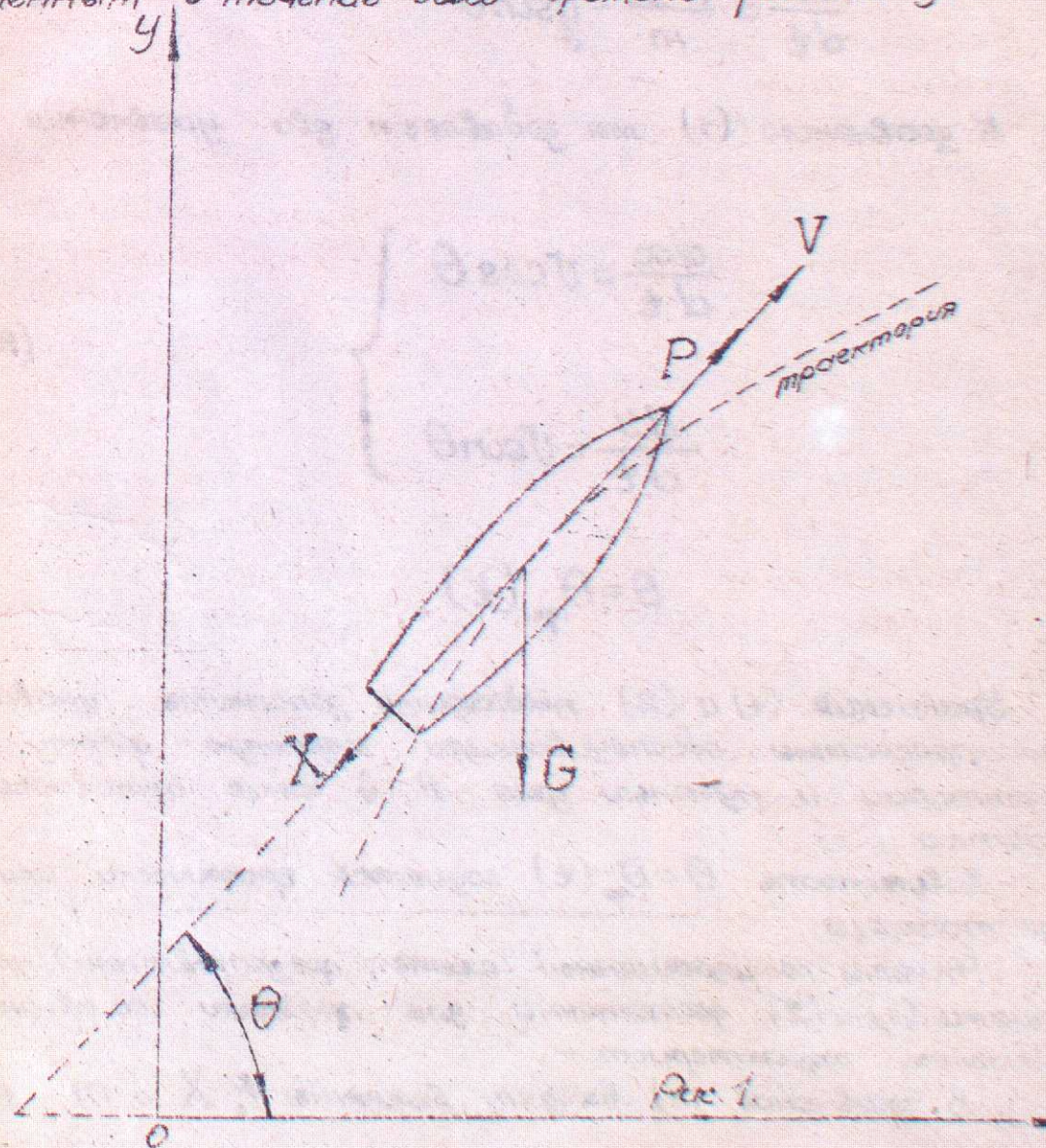


Рис. 1.



Основные обозначения.

- G — вес ракеты (кг);
- m — масса ракеты (кг.сек.<sup>2</sup>),
- g — ускорение силы тяжести ( $\frac{m}{сек^2}$ ),
- v — скорость полёта ( $\frac{m}{сек}$ ),
- t — время (сек),
- P — тяга (кг),
- X — сила любого сопротивления (кг),
- θ — угол касательной к траектории с горизонтом

Проектируя действующие силы на направление касательной к траектории и относя их к массе m, получаем следующее уравнение движения:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P-X}{m} - g \sin \theta \quad (1)$$

К уравнению (1) мы добавляем два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} &= v \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\theta = \theta_{пр.}(t)$$

Уравнения (1) и (2) необходимо дополнить уравнением программы, обеспечивающей заданную форму траектории и нужный угол θ в конце активного участка.

Зависимость θ = θ<sub>пр.</sub>(t) задается графически или в виде таблицы.

Расчёты по упрощённой схеме, представленной уравнениями (1) и (2) достаточны для проверки основных проектных характеристик.

В уравнение (1) входят величины P, X и m, о

которые кратко можно сказать следующим:

Тяга P при полёте ракеты может определяться по формуле:

$$P = P_0 + S_0 (P_0 - P) \quad (3)$$

где P<sub>0</sub> — тяга, затерянная на стенде P<sub>ст</sub>, с учетом силы сопротивления неотклонённых газовых рулей X<sub>газ</sub>

$$P_0 = P_{ст} - X_{газ}$$

Сопротивление, неотклонённых газовых рулей ракеты P составляет в среднем

$$1400 \div 1800 \text{ кг.}$$

В случае отклонения газовых рулей, их сопротивление может резко увеличиваться. Однако, при этом необходимо иметь в виду также и то обстоятельство, что геометрия газовых рулей по мере работы двигателя сильно изменяется вследствие их постепенного обгорания.

Поэтому вопрос о величине дополнительного сопротивления пока не может быть решён достаточно точно и во всех расчётах можно ориентироваться на приведённые цифры.

S<sub>д</sub> — означает площадь выходного сечения сопла,

P<sub>0</sub> — давление в газовом потоке,

P — давление в окружающей среде.

Масса ракеты может определяться по формуле:

$$m = m_0 - \dot{m}t \quad (4)$$

где m — масса ракеты в момент t,

m<sub>0</sub> — масса ракеты в момент t=0,

ṁ — секундный массовый расход горючего,

t — время в секундах.

Сила любого сопротивления ракеты определяется



по формуле:

$$X = C_x \frac{\rho v^2}{2} S' \quad (5)$$

где  $C_x$  — коэффициент силы любого сопротивления,  
 $\rho$  — плотность воздуха на высоте полёта ( $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \text{сек}^2$ ),  
 $v$  — скорость полёта ( $\frac{\text{м}}{\text{сек}}$ ),  
 $S'$  — площадь мидела ракеты ( $\text{м}^2$ ).

Все численные значения основных величин, а также интегрирование системы уравнений (1) и (2) нами здесь не рассматриваются, так как вопросу численного интегрирования, указанных уравнений, будет посвящено специальное практическое занятие.

## 2. Пассивный участок полёта

Пассивный или свободный участок полёта ракеты, т.е. движение её после окончания работы двигателя, является движением по инерции. Живая сила, приобретённая ракетой на активном участке, расходуется на преодоление сопротивления воздуха и силы тяготения.

Мы разбиваем расчёт свободного участка на две части. В первой части мы учитываем действие сопротивления воздуха и поля тяготения, а во второй ограничиваемся учётом лишь поля тяготения.

Система координат и основные обозначения, принимаемые нами при расчёте первого участка свободного полёта, поясняются на рис. 2.

Если обозначить индексами  $x$  и  $y$  проекции соответствующих векторов оси координат, то уравнение движения центра тяжести ракеты примет вид:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dV_x}{dt} &= G_x - X_x = -mg_x - C_x \frac{S \rho_0}{2} \frac{\rho}{\rho_0} v V_x \\ m \frac{dV_y}{dt} &= G_y - X_y = -mg_y - C_x \frac{S \rho_0}{2} \frac{\rho}{\rho_0} v V_y \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

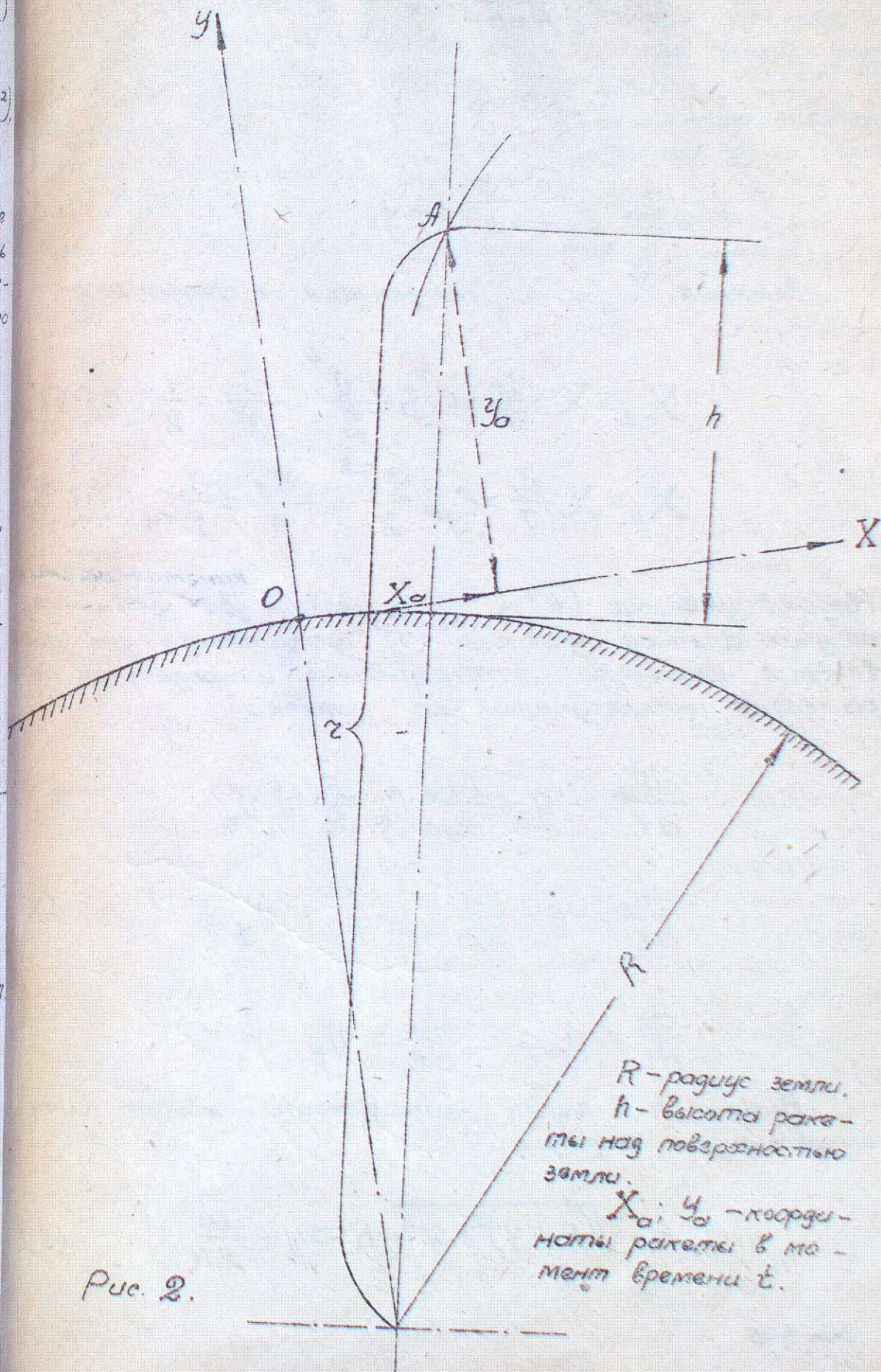


Рис. 2.

$R$  — радиус земли.  
 $h$  — высота ракеты над поверхностью земли.  
 $x_0; y_0$  — координаты ракеты в момент времени  $t$ .



При этом

$$g_x = +g \frac{x}{R+h} \approx g \frac{x}{R}$$

ибо

$$h \ll R$$

$$g_y = g \frac{R+y}{R+h} \approx g$$

Значения  $X_x$  и  $X_y$  получаются из следующего:

$$X_x = X \frac{v_x}{v} = C_x S \frac{\rho v^2}{2} \cdot \frac{v_x}{v} = \frac{1}{2} C_x S \rho v^2$$

$$X_y = X \frac{v_y}{v} = C_y S \frac{\rho v^2}{2} \cdot \frac{v_y}{v} = \frac{1}{2} C_y S \rho v^2$$

Разделив уравнение (6) на  $m$  и добавляя <sup>кинematические</sup> два уравнения получим систему уравнений (7), достаточную для проведения численного интегрирования и определения параметров, интересующего нас участка:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -g_x - \frac{S \rho_0}{2m} C_x \frac{\rho}{\rho_0} v \cdot v_x$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -g - \frac{S \rho_0}{2m} C_x \frac{\rho}{\rho_0} v v_y \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x; \quad \frac{dy}{dt} = v_y$$

Высота  $h$  в случае необходимости может быть определена по формуле:

$$h = \sqrt{(R+y)^2 + x^2} - R \approx y + \frac{x^2}{2R} \quad (8)$$

В результате численного интегрирования системы уравнений (7) мы получаем координаты центра тяжести ракеты, её скорость, а также угол наклона касательной к траектории для момента времени, после которого силой сопротивления воздуха можно пренебречь.

Эти параметры будут являться начальными условиями для расчёта второй части свободного участка, где мы учитываем только силы тяготения.

К расчёту этого участка мы и перейдём.

Принятые обозначения поясняются рисунком 3.

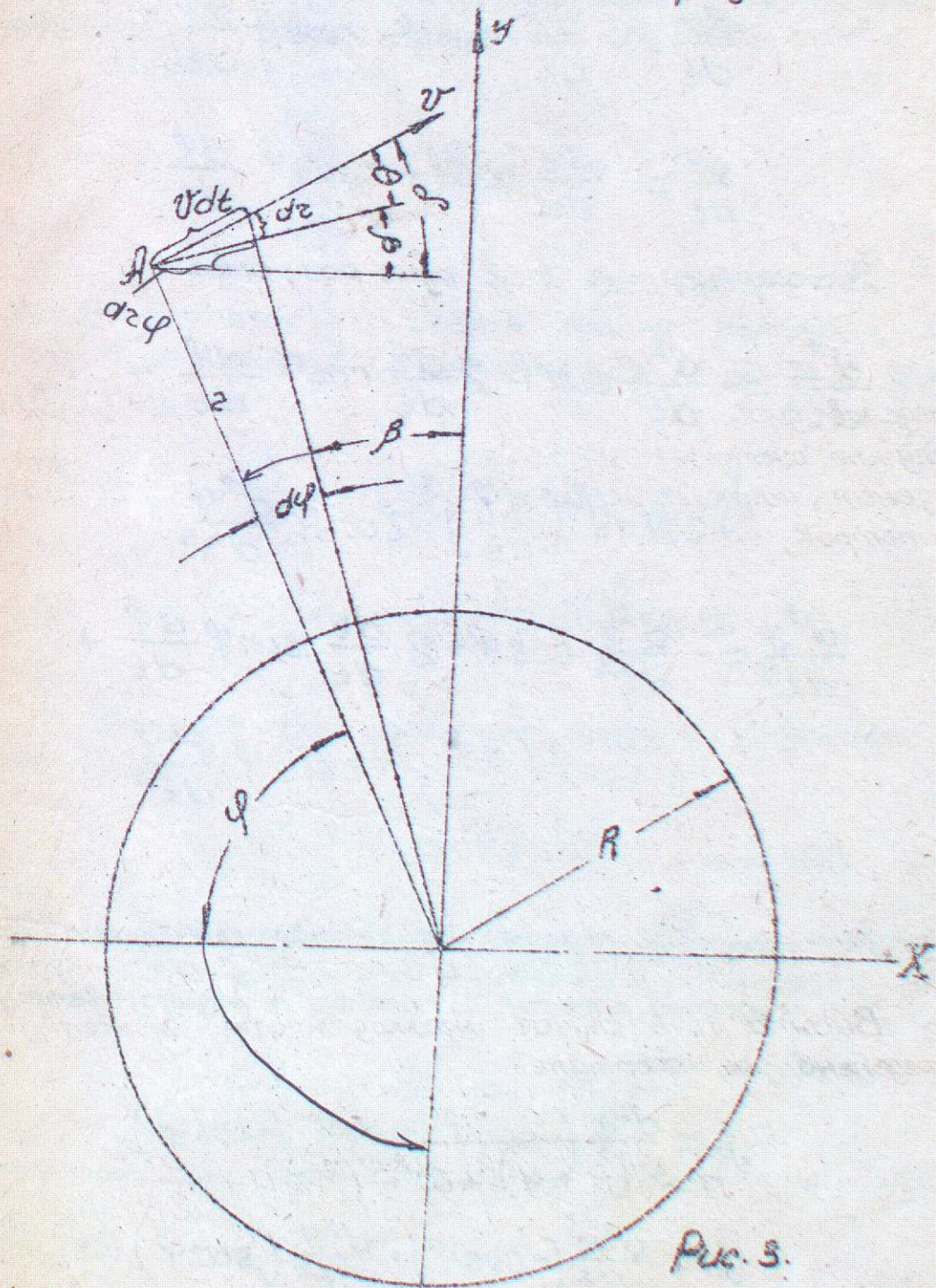


Рис. 3.



Для движущейся точки Я могут быть написаны следующие соотношения:

$$\begin{aligned} x &= -z \sin \varphi \\ y &= -z \cos \varphi \end{aligned} \quad (9)$$

Дифференцируя, получим:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{dz}{dt} \sin \varphi - z \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{dz}{dt} \cos \varphi + z \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} \end{aligned}$$

Дифференцируя ещё один раз, имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{d^2z}{dt^2} \sin \varphi - 2 \frac{dz}{dt} \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} + \\ &+ z \sin \varphi \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - z \cos \varphi \frac{d^2\varphi}{dt^2} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{d^2z}{dt^2} \cos \varphi + 2 \frac{dz}{dt} \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt} + \\ &+ z \cos \varphi \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + z \sin \varphi \frac{d^2\varphi}{dt^2} \end{aligned}$$

Обозначим:

$f_z$  - ускорение ракеты по направлению радиуса - вектора

$f_n$  - ускорение ракеты по нормали к радиусу - вектору.

Очевидно, что:

$$\begin{aligned} f_z &= \frac{d^2x}{dt^2} (-\sin \varphi) + \frac{d^2y}{dt^2} (-\cos \varphi) \\ f_n &= \frac{d^2x}{dt^2} (-\cos \varphi) + \frac{d^2y}{dt^2} (\sin \varphi) \end{aligned}$$

После подстановки в эти уравнения значений  $\frac{d^2x}{dt^2}$  и  $\frac{d^2y}{dt^2}$  и соответствующих преобразований, получим:

$$\left. \begin{aligned} f_z &= \frac{d^2z}{dt^2} - z \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \\ f_n &= 2 \frac{dz}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{z} \frac{d}{dt} \left( z^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) \end{aligned} \right\} (10)$$

Напишем уравнение движения нашей ракеты в полярной системе координат  $(z, \varphi)$ .  
Учитывая, что

$$\begin{aligned} f_z &= -g \\ f_n &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $g$  - ускорение на высоте полёта ракеты и подставляя в уравнение (11) значения  $f_z$  и  $f_n$  из уравнений (10), получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2z}{dt^2} - z \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 &= -g = -g_0 \frac{R^2}{z^2} \\ \frac{1}{z} \frac{d}{dt} \left( z^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Из последнего уравнения следует известный закон Кеплера:

$$z^2 \frac{d\varphi}{dt} = \text{const} = C_1 \quad (13)$$

Из уравнения (13) мы найдём  $\frac{d\varphi}{dt}$  и, подставляя его в первое уравнение системы (12), получим:

$$\frac{d^2z}{dt^2} - z \frac{C_1^2}{z^4} = -\frac{g_0 R^2}{z^2}$$

Умножим обе части последнего уравнения на  $2 \frac{dz}{dt}$ :



$$2 \frac{dz}{dt} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} - \frac{2C_1^2}{z^3} \frac{dz}{dt} = - \frac{2g_0 R^2}{z^2} \frac{dz}{dt}$$

откуда

$$\frac{d}{dt} \left[ \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] = \frac{d}{dt} \left[ \frac{2g_0 R^2}{z} \right] - \frac{d}{dt} \left[ \frac{C_1^2}{z^2} \right] \quad (14)$$

Интегрируем уравнение (14):

$$\left( \frac{dz}{dt} \right)^2 = \left[ \frac{2g_0 R^2}{z} \right] - \frac{C_1^2}{z^2} + C_2 \quad (15)$$

откуда

$$\frac{dz}{dt} = \pm \sqrt{C_2 + \frac{2g_0 R^2}{z} - \frac{C_1^2}{z^2}}$$

Поэтому:

$$dt = \pm \frac{dz}{\sqrt{C_2 + \frac{2g_0 R^2}{z} - \frac{C_1^2}{z^2}}} \quad (16)$$

Из уравнения (13) имеем:

$$d\psi = \frac{C_1}{z^2} \cdot dt$$

Подставляем сюда выражение для dt из (16):

$$d\psi = \pm \frac{C_1}{z^2} \frac{dz}{\sqrt{C_2 + \frac{2g_0 R^2}{z} - \frac{C_1^2}{z^2}}} \quad (17)$$

Для интегрирования уравнения (17) введем подстановку:

$$U = \frac{\frac{C_1}{z} + \frac{g_0 R^2}{C_1}}{\sqrt{C_2 + \left( \frac{g_0 R^2}{C_1} \right)^2}} \quad (18)$$

Тогда:

$$\sqrt{1-U^2} = \sqrt{\frac{C_2 + \frac{2g_0 R^2}{z} - \frac{C_1^2}{z^2}}{C_2 + \left( \frac{g_0 R^2}{C_1} \right)^2}}$$

Теперь вместо дифференциального уравнения (17) мы можем написать следующее:

$$d\psi = \pm \frac{dU}{\sqrt{1-U^2}}$$

откуда:

$$\psi = \pm \arccos U + C_3$$

или

$$U = \cos(\pm \psi - C_3) \quad (19)$$

Из выражения (18) находим значения радиуса z:

$$z = \frac{C_1}{\frac{g_0 R^2}{C_1} - U \sqrt{C_2 + \left( \frac{g_0 R^2}{C_1} \right)^2}} = \frac{C_1}{\frac{g_0 R^2}{C_1} - \frac{C_1}{g_0 R^2} \sqrt{C_2 + \left( \frac{g_0 R^2}{C_1} \right)^2} \cos(\pm \psi - C_3)} \quad (20)$$

Выбирая соответствующим образом начало отсчета угла  $\psi$  из последней формулы можно получить:

$$z = \frac{\frac{C_1^2}{g_0 R^2}}{1 + \sqrt{1 + C_2 \left( \frac{C_1}{g_0 R^2} \right)^2} \cos \psi} \quad (21)$$

Если обозначить:

$$P = \frac{C_1^2}{g_0 R^2} \quad (22)$$

$$E = \sqrt{1 + C_2 \left( \frac{C_1}{g_0 R^2} \right)^2} \quad (23)$$

то из (21) следует:



$$z = \frac{R}{1 + \epsilon \cos \varphi}$$

Это уравнение представляет собой уравнение эллипса. Так как ось "у" проходит, как показано на рис. 3, через вершину параболы, то введём в качестве координатного (полярного) угла угол  $\beta$  вместо угла  $\varphi$ .

$$\varphi = 180^\circ - \beta$$

тогда

$$z = \frac{R}{1 - \epsilon \cos \beta} \quad (25)$$

при

$$\beta = 0$$

$$z_{\max} = \frac{R}{1 - \epsilon} \quad (25')$$

Определим постоянные величины, введённые в процессе интегрирования.

У нас имеются две произвольные постоянные  $C_1$  и  $C_2$  и два сокращённых обозначения  $\rho$  и  $\epsilon$ .

Если момент начала свободного участка ракеты в поле тяготения (без учёта сил сопротивления воздуха) совместить с моментом конца сгорания топлива, то тогда параметры точки конца горения будут одновременно начальными условиями для свободного участка.

Пусть ракета в начале свободного участка находится в точке А (см. рис. 3). Всем величинам, характеризующим положение и скорость ракеты в этот момент, мы присваиваем индекс "нуль". Тогда из рис. 3 легко устанавливаем, что

$$V_0 dt \cos \theta_0 = z d\varphi$$

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0 = \frac{V_0 \cos \theta_0}{z_0}$$

Сопоставляя с уравнением (13), получим:

$$C_1 = z_0^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0 = V_0 \cos \theta_0 z_0 \quad (26)$$

Далее из уравнения (15) имеем:

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_0^2 = C_2 + \frac{2g_0 R^2}{z_0} - \frac{C_1^2}{z_0^2}$$

или

$$C_2 = \left(\frac{dz}{dt}\right)_0^2 = \frac{2g_0 R^2}{z_0} + \frac{C_1^2}{z_0^2} \quad (27)$$

Величина  $\left(\frac{dz}{dt}\right)_0$  определяется из рис. 3:

$$dz = V_0 \sin \theta_0 dt;$$

поэтому:

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_0 = V_0 \sin \theta_0,$$

а, следовательно,

$$C_2 = (V_0 \sin \theta_0)^2 - \frac{2g_0 R^2}{z_0} + V_0^2 \cos^2 \theta_0 = V_0^2 - \frac{2g_0 R^2}{z_0} \quad (28)$$

Константа  $C_2$  нами исключена из рассмотрения надлежащим выбором начала координат, что учитывается формулой (21).

Прежде чем выразить оставшиеся константы через известные величины, введём обозначение, чрезвычайно важное в дальнейших расчётах.

$$V = \frac{V_0^2 z_0}{g_0 R^2} \quad (29)$$

Здесь, как и выше  $g_0$  означает ускорение на поверхности земли.  $V_0$  и  $z_0$  — скорость ракеты и её радиус-вектор в конце



активной участка.

На основании обозначения (22) находим:

$$P = \frac{C_1^2}{g_0 R^2} = \frac{V_0^2 z_0^2 \cos^2 \theta_0}{g_0 R^2} = z_0 \sqrt{\cos^2 \theta_0}$$

В соответствии с (23) получим:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \sqrt{1 + \frac{C_2 C_1^2}{g_0^2 R^4}} = \\ &= \sqrt{1 + \left( V_0^2 - \frac{2g_0 R^2}{z_0} \right) \frac{V_0^2 z_0^2 \cos^2 \theta_0}{g_0^2 R^4}} = \\ &= \sqrt{1 + \left( \frac{V_0^2 z_0}{g_0 R^2} - 2 \right) \frac{V_0^2 z_0}{g_0 R^2} \cos^2 \theta_0} \end{aligned}$$

откуда:

$$\epsilon = \sqrt{1 + (2 - \nu) \nu \cos^2 \theta_0} \quad (31)$$

Далее, из выражения (25), решенного относительно  $\beta_0$ :

$$\cos \beta_0 = \frac{1 - \frac{P}{z_0}}{\epsilon}$$

Имеет:

$$\cos \beta_0 = \frac{1 - \frac{z_0 \nu \cos^2 \theta_0}{z_0}}{\sqrt{1 - (2 - \nu) \nu \cos^2 \theta_0}}$$

или

$$\cos \beta_0 = \frac{1 - \nu \cos^2 \theta_0}{\sqrt{1 - (2 - \nu) \nu \cos^2 \theta_0}}$$

Переходя от  $\cos \beta_0$  к  $\operatorname{tg} \beta_0$  по формуле:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \beta_0}}{\cos \beta_0}$$

Зак 445.

и подставляя в формулу (33) выражение для  $\cos \beta_0$  из (32) получим:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_0 &= \frac{\sqrt{1 - \frac{1 - 2 \nu \cos^2 \theta_0 + \nu^2 \cos^4 \theta_0}{1 - 2 \nu \cos^2 \theta_0 + \nu^2 \cos^2 \theta_0}}}{1 - \nu \cos^2 \theta_0} = \\ &= \frac{\nu \operatorname{tg} \theta_0}{1 - \nu + \operatorname{tg}^2 \theta_0} \quad (34) \end{aligned}$$

Если равенством  $\delta_0 = \theta_0 + \beta_0$  ввести угол  $\delta_0$ , то формулы можно значительно упростить:

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \operatorname{tg} (\theta_0 + \beta_0) =$$

$$= \frac{\operatorname{tg} \theta_0 + \operatorname{tg} \beta_0}{1 - \operatorname{tg} \theta_0 \operatorname{tg} \beta_0} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg} \theta_0 + \frac{\nu \operatorname{tg} \theta_0}{1 - \nu + \operatorname{tg}^2 \theta_0}}{1 - \operatorname{tg} \theta_0 \frac{\nu \operatorname{tg} \theta_0}{1 - \nu + \operatorname{tg}^2 \theta_0}}$$

или

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{\operatorname{tg} \theta_0 (1 - \nu) + \operatorname{tg}^2 \theta_0 + \nu}{1 - \nu + \operatorname{tg}^2 \theta_0 - \nu \operatorname{tg}^2 \theta_0}$$

откуда:

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{1 - \nu} \quad (35)$$

Полученные формулы позволяют сразу решить

Зак 445.





все интересующие нас вопросы, связанные с расчётом свободного участка.

По известным начальным условиям (конец активного участка) вычисляется параметр  $\nu$  по формуле (28)

$$\nu = \frac{V_0^2 z_0}{g_0 R^2}$$

далее по формуле:

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{1 - \nu}$$

находим угол  $\delta_0$  и вычисляем  $\beta_0$ :

$$\beta_0 = \delta_0 - \theta_0$$

По известному углу  $\beta_0$  определяем "эллиптическую" дальность  $l_{эл}$ . Параметры движения в конце эллиптического участка (точка B) принимаются за исходные для расчёта дальности нисходящего участка траектории  $l_{нисх}$ . Обозначения поясняются рис. 4.

"Эллиптическая" дальность вычисляется по следующей формуле:

$$l_{эл} = 2\beta_0 R \tag{36}$$

$$R \approx 6370 \text{ км}$$

Полная дальность ракеты вычисляется по формуле

$$L = l_{акт} + l_{эл} + l_{нисх} \tag{37}$$

Максимальная высота подъёма, т.е. вершина траектории определится выражением:

$$H_{max} = z_{max} - R = \frac{P}{1 - \epsilon} - R$$

(на основании формулы (25)),

или

$$H_{max} = \frac{z_0 \nu \cos^2 \theta_0}{1 - \sqrt{1 - (2 - \nu) \nu \cos^2 \theta_0}} - R \tag{38}$$

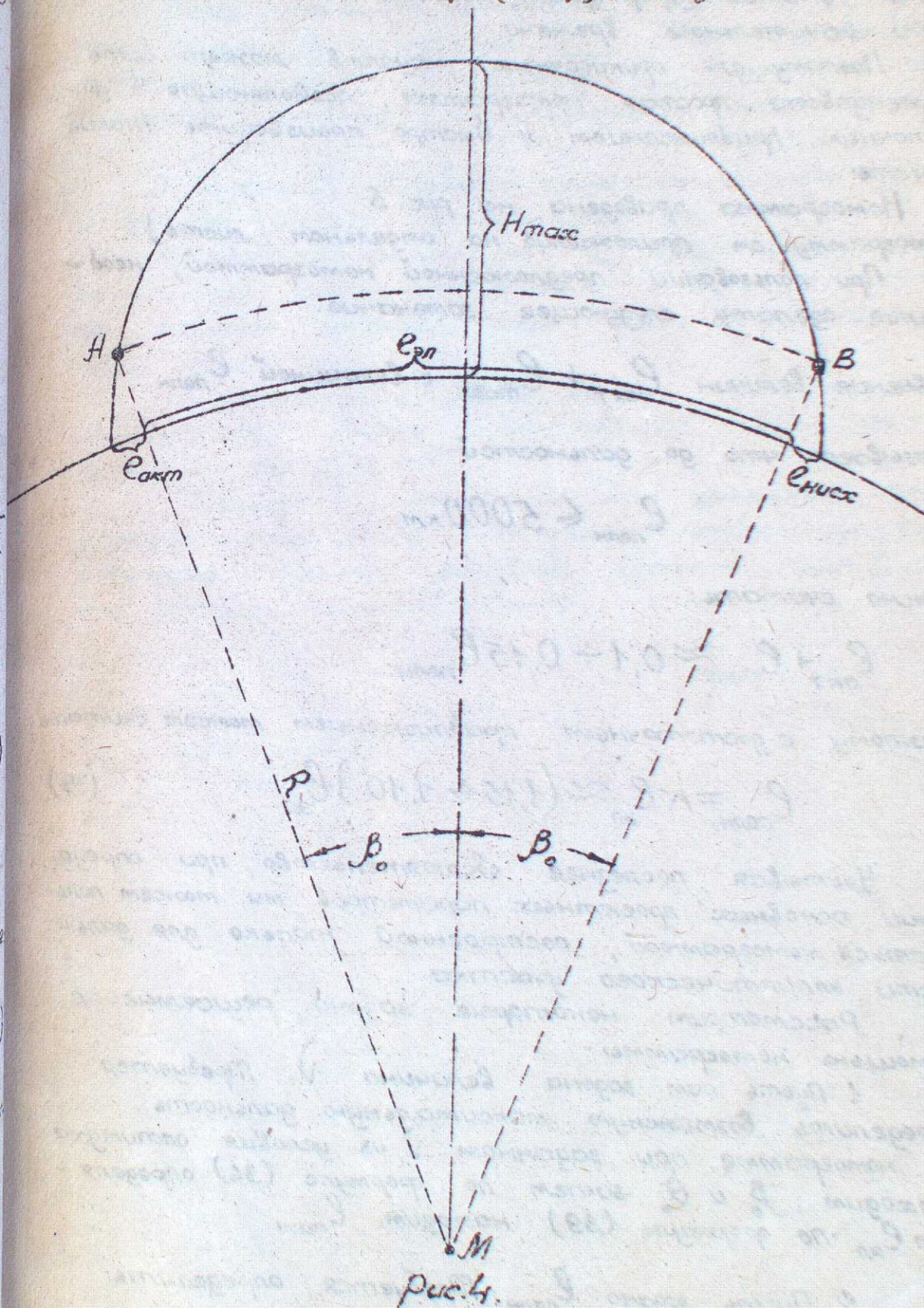


рис. 4.



В начальной стадии проектирования необходимость проведения серии подсчетов, даже по таким сравнительно простым формулам, все-таки связано с затратой значительного времени.

Поэтому для прикиточных расчетов может быть рекомендована простая номограмма, позволяющая с достаточным приближением быстро производить такие расчеты.

Номограмма приведена на рис. 5. (Номограмму см. приложение на отдельном листе).

При пользовании предложенной номограммой, необходимо сделать следующее замечание:

Сравнение величин  $e_{акт} + e_{ниск}$  с величиной  $e_{полн.}$

показывает, что до дальностей

$$e_{полн.} \leq 5000 \text{ км}$$

можно считать:

$$e_{акт} + e_{ниск} \approx 0,1 \div 0,15 e_{полн.}$$

Поэтому с достаточным приближением можем считать

$$e_{полн.} = k e_{эл.} \approx (1,15 \div 1,10) e_{эл.} \quad (39)$$

Учитывая последнее обстоятельство, при определении основных проектных параметров мы можем пользоваться номограммой, построенной только для дальности эллиптического участка.

Рассмотрим некоторые задачи, решаемые с помощью номограммы:

1 Пусть нам задана величина  $V$ . Требуется определить возможную максимальную дальность. По номограмме при заданном  $V$  из условия оптимума находим  $\beta_0$  и  $\theta_0$  затем по формуле (36) определяем  $e_{эл.}$  по формуле (39) находим  $e_{полн.}$

2 Пусть задано  $e_{полн.}$ . Требуется определить

оптимальные параметры. Зная  $e_{полн.}$  по формуле (39) находим  $e_{эл.}$ , а по формуле (36) определяем  $\beta_0$ .

Далее используем номограмму; задаваясь найденным углом  $\beta_0$  определяем  $V_{min}$  и соответственно оптимальный угол  $\theta_0$ . По величине  $V_{min}$  находим минимально необходимую начальную скорость  $V_0$ .

3 Задано  $\theta_0$ . Требуется определить  $V_0$ , при котором этот угол имеет оптимальное значение.

Требование определения  $V_0$ , удовлетворяющей поставленной задаче, аналогично отысканию такого  $V$ , при котором заданный угол даёт оптимальное значение дальности.

По номограмме легко видеть, что оптимальные условия можно найти не для любого угла  $\theta$ , а только для  $\theta_0 \leq 45^\circ$ .

Следует подчеркнуть, что ценность номограммы заключается в получении первого ориентировочного подсчета основных величин, лишь в начальной стадии проектирования.

Ст. ЛВТУ.  
Зак. 445.

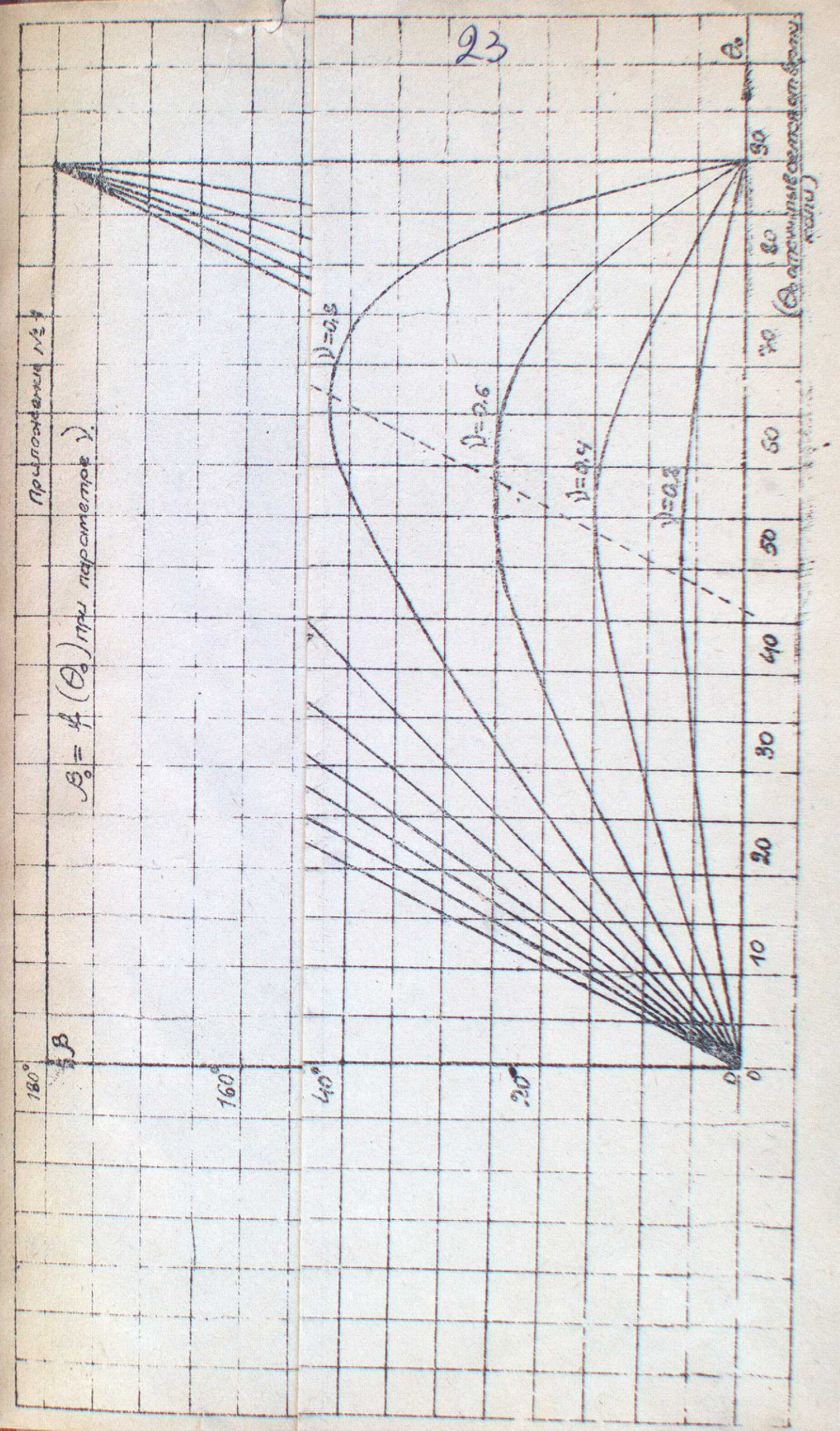


*[Faint handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page.]*



Приложение № 4

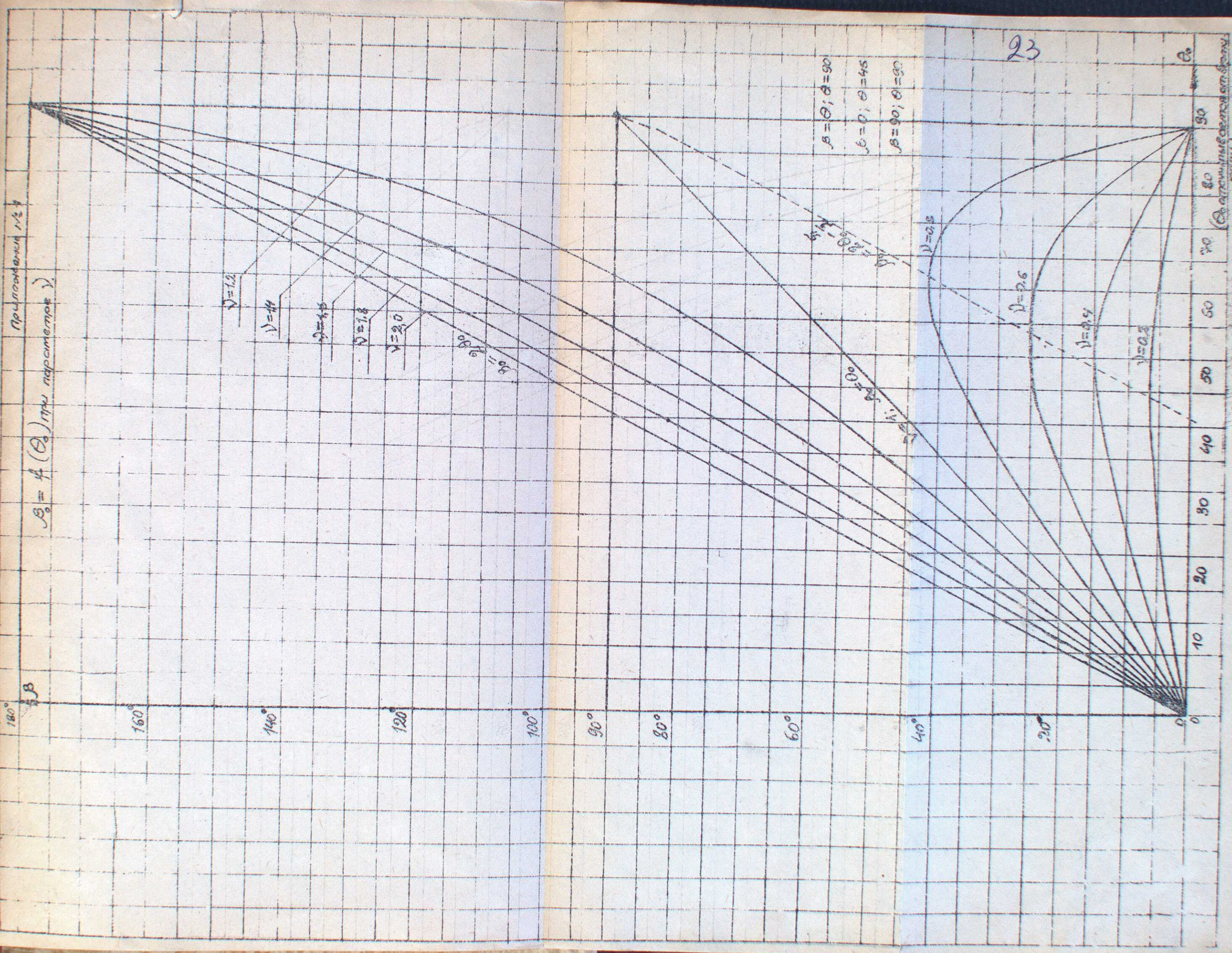
$\beta_0 = f(\theta_0)$  при параметре  $\nu$ .





Приложения 1/24

$\beta_0 = A(\theta_0)$  при параметрах  $\nu$



$\beta = 0; \theta = 90$   
 $\beta = 0; \theta = 45$   
 $\beta = 90; \theta = 90$

23

См. приложение 1/24